

## Aufgaben - Teil 5

1. Eine All-Pay-Auction ist eine Auktion, bei der die Bieter den Betrag, den sie bieten an den Aktionator bezahlen müssen, egal ob sie gewinnen oder nicht. In der folgenden All-Pay-Auction gibt es einen Umschlag mit 1,24 Euro zu gewinnen. Es gibt zwei Spieler. Jeder Spieler kann 50 Cent oder 100 Cent bieten. Der höchste Bieter bekommt den Umschlag. Wenn beider den selben Betrag bieten, wird die Summe im Umschlag geteilt.
  - a. Angenommen die Auktion wird als first-price, sealed-bid auction durchgeführt, wie sieht dann der Spielbaum aus und was ist das Nash Gleichgewicht?
  - b. Wenn die Auktion sequentiell gespielt wird und Spieler 1 vor Spieler 2 bietet, wie sieht dann der Spielbaum aus? Nehmen Sie an, dass Spieler 2 vor seinem Zug beobachtet, was 1 bietet. Bestimmen Sie das teilspielperfekte Nash Gleichgewicht.
  
2. Zwei Firmen produzieren ein homogenes Gut und stehen im Cournot-Wettbewerb. Die Kosten von Firma 1 sind  $C_1(q_1) = 4q_1$ . Die Kostenfunktion von Firma 2 ist  $C_2(q_2) = 4q_2$ . Die Nachfragefunktion ist  $P = 28 - Q$ , wobei  $Q = q_1 + q_2$ .
  - a. Nehmen Sie an, dass die zwei Firmen das Cournot-Spiel einmal spielen. Berechnen Sie Output und Gewinn jeder Firma im Nash-Gleichgewicht, sowie den Gleichgewichtspreis.
  - b. Nehmen wir jetzt an, dass die zwei Firmen ein Kartell bilden und ihre Produktion einschränken. Insbesondere wollen sie Produktionsquoten setzen, bei denen jede der beiden Firmen nur noch die Hälfte des Monopol-Outputs produzieren darf. Was ist der Monopolpreis und wie viel Output darf jede unter dieser Regelung produzieren? Wie viel Gewinn macht jede Firma?
  - c. Gesetzt den Fall, dass Firma 2 sich an die gesetzte Quote hält aber Firma 1 davon abweicht, wieviel Output würde 1 produzieren wollen und wie hoch wäre der entsprechende Gewinn für Firma 1?
  - d. Nehmen wir nun an, dass dieses Cournot-Spiel unendlich oft wiederholt wird. Dann lässt sich unter Umständen ein Kartell aufrecht erhalten, wenn beide Spieler die folgende Trigger-Strategie benutzen: die Firma produziert den halben Monopol-Output, solange die andere Firma nicht von ihrer Quote abgewichen ist. Sobald eine Abweichung erfolgt ist, produziert die Firma in jeder darauf folgenden Periode den Cournot-Output vom einmaligen Spiel in a). Der Abzinsungsfaktor zwischen den Perioden ist  $\delta \in (0, 1)$ . Wie hoch muss  $\delta$  sein, damit im teilspielperfekten Gleichgewicht das Kartellabkommen bestehen bleibt?
  
3. Im folgenden Spiel zwischen einem Käufer und einem Verkäufer wählen die beiden Spieler ihre Strategien simultan. Der Käufer wählt zwischen Kaufen und Nicht Kaufen. Der Verkäufer zwischen hoher und niedriger Qualität für sein Produkt. Das Spiel hat zwei Varianten: Spiel A und Spiel B.

Spiel A: (Auszahlung Käufer, Auszahlung Verkäufer)

Käufer↓ Verkäufer→	hohe Qualität	niedrige Qualität
kaufen	6, 10	-2, 4
nicht kaufen	0, 2	0, 0

Spiel B: (Auszahlung Käufer, Auszahlung Verkäufer)

Käufer↓ Verkäufer→	hohe Qualität	niedrige Qualität
kaufen	6, 4	-2, 10
nicht kaufen	0, 0	0, 2

- a. Gibt es in Spiel A eine dominante Strategie für den Käufer und/oder den Verkäufer? Gibt es dominante Strategien in Spiel B? Wenn ja, welche sind das?
  - b. Was ist das Nash-Gleichgewicht in Spiel A, was ist das Nash-Gleichgewicht in Spiel B?
  - c. Nehmen wir nun an, dass der Käufer nicht weiss, ob er sich in Spiel A oder in Spiel B befindet. Er glaubt, dass er mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{2}$  in Spiel A ist und mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{2}$  in Spiel B. Zeichnen Sie den Spielbaum für dieses Spiel und vergessen Sie nicht, die Informationsannahmen entsprechend zu berücksichtigen.
  - d. Bestimmen Sie das Bayesianische Nash-Gleichgewicht des Spiels mit unvollständiger Information.
4. From Roy Gardner: Players 1 and 2 are playing a special game of Poker, 1-card Stud Poker. The deck of cards consists of 50% aces and 50% kings. Prior to the deal, each player puts \$1, called the ante, into the center of the table, called the pot. Each player is dealt one card face down, which neither the player nor the opponent sees. At this point, a player can bet \$2 (also placed in the pot) or pass. The players make this decision simultaneously. Then the game ends. If one player bet and the other passed, the player who bet takes the pot. If both players bet or both players passed, both turn over their card (the showdown). The player with the highest card wins the pot, with an ace beating a king. If both players in a showdown have equal cards, they split the pot.
- a. Write down a game tree for this game, starting with a move of nature, which chooses a card for each player. (Hint: nature has 4 possible moves)
  - b. What is the Bayesian Nash equilibrium of the game? (You can create such a deck of cards and play this game yourself to help you find your best response).