

**Aufgabe 1:** Robinson und Freitag sind zu zweit auf einer Insel. Ein Teil ihrer jeweiligen Ichs benimmt sich als Konsument mit der Nutzenfunktion  $U(x, l) = x^\alpha (24-l)^{(1-\alpha)}$ , wobei  $x$  für den Konsum und  $l$  für die Arbeitszeit in Stunden steht. Andererseits gibt es auf der Insel eine Technologie mit  $y = f(L) = L$  und ihre alter Egos fühlen sich als gemeinsame Besitzer dieser Firma. Unterstellt sei, dass alle Marktteilnehmer Preise als gegeben erachten.

- Analysieren Sie die Produktionsseite, d.h. bestimmen Sie die Angebots-, die Arbeitsnachfrage- sowie die Gewinnfunktion dieser Firma.
- Leiten Sie mathematisch die Arbeitsangebots- sowie die Konsumnachfragefunktion von Robinson und Freitag her.
- Bestimmen Sie das Marktgleichgewicht (Preis und Mengen). Zeigen Sie bitte dabei, dass es sich in der Tat um ein Gleichgewicht handelt.
- Beweisen Sie Walras' Gesetz für diese Ökonomie.

**Aufgabe 2:** Gegeben sei die Ausgabenfunktion  $E(p_1, p_2, U) = U^2 p_1 p_2 / (p_1 + p_2)$

- Leiten Sie die unkompensierten Nachfragefunktionen her.
- Beschreiben Sie detailliert einen zweiten Weg, wie man ausgehend von der Ausgabenfunktion die Nachfragefunktionen hätte herleiten können.
- Welche Implikationen hat eine homothetische Nutzenfunktion für die Grenzrate der Substitution (die MRS), die Ausgabenanteile sowie die Einkommenselastizitäten der Nachfrage.
- Überprüfen Sie, ob diesem Nachfragesystem eine homothetische Nutzenfunktion zugrundeliegen könnte.

**Aufgabe 3:** Betrachten Sie die Produktionsfunktion  $f(K, L) = K^{\alpha\beta} L^{\beta(1-\alpha)}$  mit  $0 < \alpha < 1$  und  $\beta > 0$ .

- Berechnen Sie die bedingten Faktornachfragen sowie die Kostenfunktion einer Firma, die diese Technologie verwendet.
- Hat diese Technologie sinkende, steigende oder konstante Skalenerträge? Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Skalenerträgen und den Parametern  $\alpha$  und  $\beta$ ?
- Berechnen Sie die gewinnoptimale Angebotsfunktion dieser Firma. Welche Annahme müssen Sie dabei bzgl.  $\beta$  treffen?
- Eine Firma habe zwei Produktionsstätten mit  $\beta_1 = \beta_2 < 1$  und  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ . Berechnen Sie die Angebotsfunktion dieser Firma.

**Aufgabe 4:**

- Leiten Sie die Kreuzpreis-Slutsky-Gleichung mathematisch her. Warum ist die Matrix der Substitutionseffekte (die sogenannte Slutsky-Matrix) symmetrisch? Warum sind die Elemente auf der Diagonalen negativ?
- Unterscheiden Sie bzgl. der Eigenpreis-Slutsky-Gleichung drei Fälle. Stellen Sie diese sowohl tabellarisch als auch graphisch dar.
- Was sind die äquivalente und die kompensatorische Variation? Geben Sie jeweils eine mathematische, eine graphische und eine inhaltliche Darstellung.
- Die Nutzenfunktion sei  $U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$ . Der Preis  $p_1$  steige um 21 Prozent, der Preis  $p_2$  falle um 36 Prozent. Berechnen Sie die äquivalente und die kompensatorische Variation.