

Midterm Solution

Aufgabe 1:

a) 3 Fälle:

i) $w > p$: $L^D = Y^S = \pi = 0$

ii) $w = p$: $L^D = Y^S \in [0, \infty)$, $\pi = 0$

iii) $w < p$: $L^D = Y^S$, $\pi \rightarrow \infty$

b) $l^S = 24\alpha - \frac{(1-\alpha)\pi}{w}$, $x^D = 24\alpha w/p + \alpha\pi/p$

c) GG: $w/p = 1$, $l^S = x^D = 24\alpha$ per person, $L = 48\alpha$, $Y = 48\alpha$

d) GG auf 1. Markt: $2px^D = pY^S$

BC von Rob/Fr: $px^D = wl^S + s_{Rob/Fr}\pi$

Def des Profits: $\pi = pY^S - wL^D$

beides einsetzen $\Rightarrow wl^S + s_{Rob}\pi + wl^S + s_{Fr}\pi = \pi + wL^D$

gleichbedeutend mit GG auf 2. Markt: $2l^S = L^D$ Q.E.D.

Aufgabe 2:

a) $D_i(p, I) = I \frac{p_i}{p_i^2 + p_i p_j}$

b) 2 Wege:

- ind. Nutzenfkt durch Inversion der Ausgabenversion, dann Roy's Identitaet, d.h. $D_i(p, I) = -\frac{\delta V / \delta p_i}{\delta V / \delta I}$
- kompensierte Nachfragen nach Shephards Lemma, also $D_i^C(p, U) = \delta E / \delta p_i$, und dann die indirekte Nutzenfkt einsetzen

c) MRS konstant entlang jeder Ursprungsgeraden (darf also nur von x_1/x_2 abhaengen), Ausgabenanteile konstant im Einkommen I und alle Einkommenselastizitaeten der Nachfrage gleich eins.

d) Ausgabenanteile $p_i x_i / I = \frac{p_i p_j}{p_i^2 + p_i p_j}$ haengen nicht vom Einkommen ab, also koennte es sein. In der Tat handelt es sich um eine CES (constant elasticity of substitution) Nutzenfkt, die homothetisch ist.

Aufgabe 3:

a)
$$L(r, w, Y) = Y^{1/\beta} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^\alpha \left(\frac{r}{w}\right)^\alpha$$
$$K(r, w, Y) = Y^{1/\beta} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{w}{r}\right)^{1-\alpha}$$
$$C(r, w, Y) = Y^{1/\beta} \left(\frac{r}{\alpha}\right)^\alpha \left(\frac{w}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}$$

b) hängt nur von β ab:

- $0 < \beta < 1$: DRS
- $\beta = 1$: CRS
- $\beta > 1$: IRS

c) nur fuer DRS ($\beta < 1$) kann man sinnvoll den Gewinn maximieren:

$\pi = pY - C(w, r, Y) \quad \max! \rightarrow p = MC$. Daraus folgt dann:
$$Y(p, w, r) = (\beta p)^{\beta/(1-\beta)} (\alpha/r)^{\alpha\beta/(1-\beta)} ((1-\alpha)/w)^{\beta(1-\alpha)/(1-\beta)}$$

d)
$$Y(p, w, r) = Y_1(p, w, r; \alpha_1) + Y_2(p, w, r; \alpha_2)$$

Aufgabe 4:

a) Zur Ableitung der Slutsky-Gleichung vgl. die Lecture Notes. Symmetrie folgt aus der Tatsache, dass die Kreuzpreiseffekte Kreuzableitungen der Ausgabenfkt sind und die Reihenfolge der Differenzierung keinen Unterschied macht. Die Negativität der Diagonalelemente folgt aus der Konkavität der Ausgabenfkt.

b) Vgl. Lecture Notes.

c) Vgl. Lecture Notes.

d) Cobb-Douglas Nutzenfkt $\rightarrow E(p, U) = 2Up_1^{1/2} p_2^{1/2}$

- $CV = 2U_0(1.21p_1)^{1/2}(0.64p_2)^{1/2} - 2U_0p_1^{1/2} p_2^{1/2} = -0.24U_0p_1^{1/2} p_2^{1/2}$
- $EV = 2U'(1.21p_1)^{1/2}(0.64p_2)^{1/2} - 2U'p_1^{1/2} p_2^{1/2} = -0.24U'p_1^{1/2} p_2^{1/2}$